

Расчет качественных и геометрических параметров однорядной эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи

Исходные данные

Параметры зубчатой передачи

Модуль, мм	$m = 8$	Число зубьев шестерни**	$Z1 = 0$
Угол наклона зубьев	$\beta = 16 \cdot \text{deg}$	Число зубьев колеса**	$Z2 = 0$
Межосевое расстояние*, мм:	$A_w = 140$	Передаточное отношение***:	$U_{12} = 1.3$

* Если межосевое расстояние свободное, то значение 0. ** Индекс 1 соответствует шестерни, 2 - колесу. *** Задается или U_{12} или $Z1$ и $Z2$

Важно! Редактировать можно только поля выделенные зеленым цветом!

Параметры Исходного Производящего Контура (ИПК)

Угол главного профиля:	$\alpha = 18 \cdot \text{deg}$		
Коэфф. высоты ножки зуба:	$ha_ = 1.05$	Коэфф. радиального зазора:	$c_ = 0.25$
Коэфф. высоты головки зуба:	$hf_ = ha_ + c_ = 1.3$	Вспомогательная функция инвалюты:	$inv(t) = \tan(t) - t$

Реечный режущий инструмент

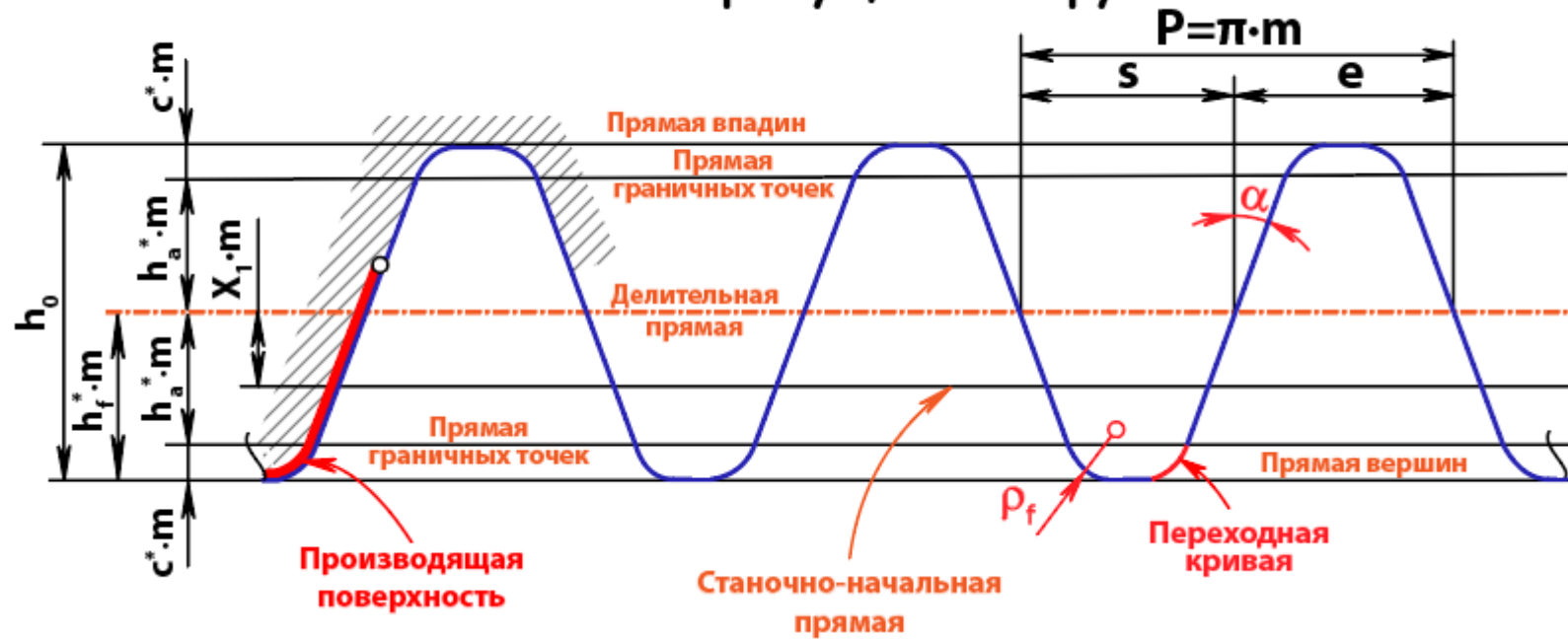


Рисунок 1. Исходный производящий контур

Расчетные формулы

Параметры ИПК в торцевом сечении

Торцевой модуль, мм:

$$m_t = \frac{m}{\cos(\beta)} = 8.32$$

Торцевой коэф. высоты головки зуба

$$\hat{h}_a = h_{a_} \cdot \cos(\beta) = 1.009$$

Торцевой коэф. высоты ножки зуба

$$h_{f_} = h_{f_} \cdot \cos(\beta) = 1.25$$

Торцевой коэф. радиального зазора

$$c_{t_} = c_ \cdot \cos(\beta) = 0.24$$

Торцевой угол главного профиля

$$\alpha_t = \text{atan}\left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)}\right) = 18.676 \cdot \text{deg}$$

Инволюта угла профиля в торцевом сечении

$$\text{inv}\alpha_t = \text{inv}(\alpha_t) = 0.01206$$

Радиус скругления режущего контура, мм

$$\rho_{ft} = \frac{ct \cdot mt}{1 - \sin(\alpha t)} = 2.942 \quad \rho_{ft} = 0.38 \cdot mt = 3.163$$

Торцевой шаг, мм

$$P_t = mt \cdot \pi = 26.146$$

Толщина зуба исходного контура по делительной прямой, мм

$$S_0 = \frac{P_t}{2} = 13.073$$

Толщина впадины исходного контура по делительной прямой, мм

$$e_0 = \frac{P_t}{2} = 13.073$$

Уточненные числа зубьев, с учетом введенных данных:

$$Z_1 = \text{get}Z_0 = 15$$

$$Z_2 = \text{get}Z_1 = 19$$

$$Z_1 = 14$$

$$Z_2 = 18$$

Параметры зацепления в торцевом сечении

Хорда дугового шага по делительной окружности **шестерни**, мм

$$p_{1x} = mt \cdot Z_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{Z_1}\right) = 25.93$$

Хорда дугового шага по делительной окружности **колеса**, мм

$$p_{2x} = mt \cdot Z_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{Z_2}\right) = 26.01$$

Радиус делительной окружности **шестерни**, мм

$$R_1 = mt \cdot \frac{Z_1}{2} = 58.257$$

Радиус делительной окружности **колеса**, мм

$$R_2 = mt \cdot \frac{Z_2}{2} = 74.902$$

Радиус **основной** окружности **шестерни**, мм

$$R_{b1} = R_1 \cdot \cos(\alpha t) = 55.19$$

Радиус **основной** окружности **колеса**, мм

$$R_{b2} = R_2 \cdot \cos(\alpha t) = 70.96$$

Минимальное число зубьев*:

$$Z_{\text{mint}} = \frac{2 \cdot \hat{ct}}{\sin(\alpha t)^2} = 19.687 \quad Z_{\text{mint}} = \text{ceil}(Z_{\text{mint}}) = 20$$

*при котором колесо может быть нарезано без смещения, с округлением в большую сторону до целого.

Минимальные коэффициенты смещения

$$X_{\text{mint}1} = \frac{\hat{\cdot} \cdot (Z_{\text{mint}} - Z1)}{Z_{\text{mint}}} = 0.303$$

$$X_{\text{mint}2} = \frac{\hat{\cdot} \cdot (Z_{\text{mint}} - Z2)}{Z_{\text{mint}}} = 0.101$$

Параметры зацепления, зависящие от коэффициентов смещения

Инвалюта главного контура в торцевом сечении

$$\text{inv}\alpha_{\text{tw}}(X1, X2) = \text{inv}(\alpha t) + 2 \cdot \frac{X1 + X2}{Z1 + Z2} \cdot \tan(\alpha t)$$

Угол зацепления как численное решение уравнения

$$\alpha_{\text{tw}} = \alpha t$$

$$\alpha_{\text{tw}}(X1, X2) = \text{root}(\text{inv}(\alpha_{\text{tw}}) - \text{inv}\alpha_{\text{tw}}(X1, X2), \alpha_{\text{tw}})$$

Радиус начальной окружности шестерни, мм

$$R_{\text{w}1}(X1, X2) = R1 \cdot \frac{\cos(\alpha t)}{\cos(\alpha_{\text{tw}}(X1, X2))}$$

Радиус начальной окружности колеса, мм

$$R_{\text{w}2}(X1, X2) = R2 \cdot \frac{\cos(\alpha t)}{\cos(\alpha_{\text{tw}}(X1, X2))}$$

Межосевое расстояние, мм

$$a_{\text{w}}(X1, X2) = R_{\text{w}1}(X1, X2) + R_{\text{w}2}(X1, X2)$$

Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y(X1, X2) = \frac{a_{\text{w}}(X1, X2) - R1 - R2}{m t}$$

Коэффициент уравнивающего смещения

$$d_y(X1, X2) = X1 + X2 - y(X1, X2)$$

Радиус окружности вершин шестерни, мм

$$R_{\text{a}1}(X1, X2) = R1 + \hat{\cdot} \cdot m t + X1 \cdot m t - d_y(X1, X2) \cdot m t$$

Радиус окружности вершин колеса, мм

$$R_{\text{a}2}(X1, X2) = R2 + \hat{\cdot} \cdot m t + X2 \cdot m t - d_y(X1, X2) \cdot m t$$

Радиус окружности впадин шестерни, мм

$$R_{\text{f}1}(X1, X2) = R1 - \hat{\cdot} \cdot m t - c_{\text{t}} \cdot m t + X1 \cdot m t$$

Радиус окружности впадин колеса, мм

$$R_{\text{f}2}(X1, X2) = R2 - \hat{\cdot} \cdot m t - c_{\text{t}} \cdot m t + X2 \cdot m t$$

Высота зуба, мм

$$h(X1, X2) = mt \cdot (2\hat{a}_t + ct_t - dy(X1, X2))$$

Толщина зуба по делительной окр. шестерни, мм

$$S_1(X1) = \frac{\pi \cdot mt}{2} + 2 \cdot X1 \cdot mt \cdot \tan(\alpha_t)$$

Толщина зуба по делительной окр. колеса, мм

$$S_2(X2) = \frac{\pi \cdot mt}{2} + 2 \cdot X2 \cdot mt \cdot \tan(\alpha_t)$$

Угол зацепления шестерни

$$\alpha_{a1}(X1, X2) = \arccos\left(\frac{R_{b1}}{R_{a1}(X1, X2)}\right)$$

Угол зацепления колеса

$$\alpha_{a2}(X1, X2) = \arccos\left(\frac{R_{b2}}{R_{a2}(X1, X2)}\right)$$

Толщина зуба по окружности **вершин**

шестерни, мм

$$S_{a1}(X1, X2) = 2 \cdot R_{a1}(X1, X2) \cdot \left(\frac{S_1(X1)}{2 \cdot R_1} + \text{inv}\alpha_t - \text{inv}(\alpha_{a1}(X1, X2)) \right)$$

колеса, мм

$$S_{a2}(X1, X2) = 2 \cdot R_{a2}(X1, X2) \cdot \left(\frac{S_2(X2)}{2 \cdot R_2} + \text{inv}\alpha_t - \text{inv}(\alpha_{a2}(X1, X2)) \right)$$

Коэффициент торцевого перекрытия

$$\epsilon_\alpha(X1, X2) = \frac{\sqrt{R_{a1}(X1, X2)^2 - R_{b1}^2} + \sqrt{R_{a2}(X1, X2)^2 - R_{b2}^2} - a_w(X1, X2) \cdot \sin(\alpha_{tw}(X1, X2))}{Pt \cdot \cos(\alpha_t)}$$

Коэффициент рабочей ширины зубчатого венца

$$\psi_b = \frac{b_w}{m}$$

Может быть принят в диапазоне:

$$\psi_b = 2.5 \dots 5$$

Принимаем:

$$\psi_b = 4$$

b_w - рабочая ширина зубчатого венца, m - нормальный модуль.

Коэффициент осевого перекрытия $\varepsilon_{\beta}(X1, X2) = \frac{\psi b \cdot \sin(\beta)}{\pi}$

Коэффициент перекрытия общий $\varepsilon_{\gamma}(X1, X2) = \varepsilon_{\alpha}(X1, X2) + \varepsilon_{\beta}(X1, X2)$

Удельное давление $v_p(X1, X2) = \frac{2 \cdot (Z1 + Z2)}{Z1 \cdot Z2 \cdot \cos(\alpha t) \cdot \tan(\alpha t w(X1, X2))}$

Коэфф. удельного скольжения шестерни

$$\lambda_{1\text{расч}}(X1, X2) = \left(1 + \frac{Z1}{Z2}\right) \cdot \frac{Z2 \cdot (\tan(\alpha_{a2}(X1, X2)) - \tan(\alpha t w(X1, X2)))}{(Z1 + Z2) \cdot \tan(\alpha t w(X1, X2)) - Z2 \cdot \tan(\alpha_{a2}(X1, X2))}$$

Коэфф. удельного скольжения колеса

$$\lambda_{2\text{расч}}(X1, X2) = \left(1 + \frac{Z1}{Z2}\right) \cdot \frac{Z1 \cdot (\tan(\alpha_{a1}(X1, X2)) - \tan(\alpha t w(X1, X2)))}{(Z1 + Z2) \cdot \tan(\alpha t w(X1, X2)) - Z1 \cdot \tan(\alpha_{a1}(X1, X2))}$$

Длина допулюсной линии зацепления, мм $\rho_{L1}(X1, X2) = R_1 \cdot \sin(\alpha t) - \frac{m t \cdot (\hat{_} - X1)}{\sin(\alpha t)}$

Длина запулюсной линии зацепления, мм $\rho_{L2}(X1, X2) = R_2 \cdot \sin(\alpha t) - \frac{m t \cdot (\hat{_} - X2)}{\sin(\alpha t)}$

Длина активной допулюсной линии зацепления, мм

$$\rho_{F1}(X1, X2) = a_w(X1, X2) \cdot \sin(\alpha t w(X1, X2)) - R_{a2}(X1, X2) \cdot \sin(\alpha_{a2}(X1, X2))$$

Длина активной запулюсной линии зацепления, мм

$$\rho_{F2}(X1, X2) = a_w(X1, X2) \cdot \sin(\alpha t w(X1, X2)) - R_{a1}(X1, X2) \cdot \sin(\alpha_{a1}(X1, X2))$$

Промежуточные результаты расчета

Постоянные параметры

Теорема зацепления: $R_1 = 58.26$ $R_{b1} = 55.19$ $R_2 = 74.9$ $R_{b2} = 70.96$ $p1x = 25.93$

Параметры ИПК: $\hat{a}_t = 1.009$ $h_{ft} = 1.25$ $ct = 0.24$ $mt = 8.322$ $p2x = 26.01$

$P_t = 26.15$ $S_0 = 13.07$ $\alpha_t = 18.68 \cdot \text{deg}$ $\rho_{ft} = 3.16$

Ограничения по подрезанию: $X_{\text{mint}1} = 0.303$ $X_{\text{mint}2} = 0.101$ $Z_{\text{mint}} = 20$

Ограничения

Минимально допустимый коэффициент торцевого перекрытия:

$$\epsilon_{\text{доп}} = 1.05$$

Минимальная приведенная толщина зуба:

$$S_{a\text{доп}} = 0.4$$

Расчет технического заострения проводить по*:

$$U_{\epsilon} = 1$$

Коэффициенты ограничений **по интерференции****:

ножки зуба колеса:

$$k_{\epsilon_Sa} = 0.9$$

$$k_{Sa_eps} = 0.85$$

$$k_{X_{\text{min}}_2_1} = 0.15$$

$$k_{X_{\text{min}}_1_2} = 0.85$$

ножки зуба шестерни:

$$k_{X_{\text{min}}1_{\epsilon}} = 0.85$$

$$k_{\epsilon_X_{\text{min}}1} = 0.2$$



* 1 - по ϵ_{α} ; 2 - по ϵ_{γ} . Рекомендуется использовать ϵ_{α} , т.к. передача проектируется в торцевом сечении.

** Коэффициенты позволяют исключить наложение двух факторов и возникновение интерференции. Значения по умолчанию.

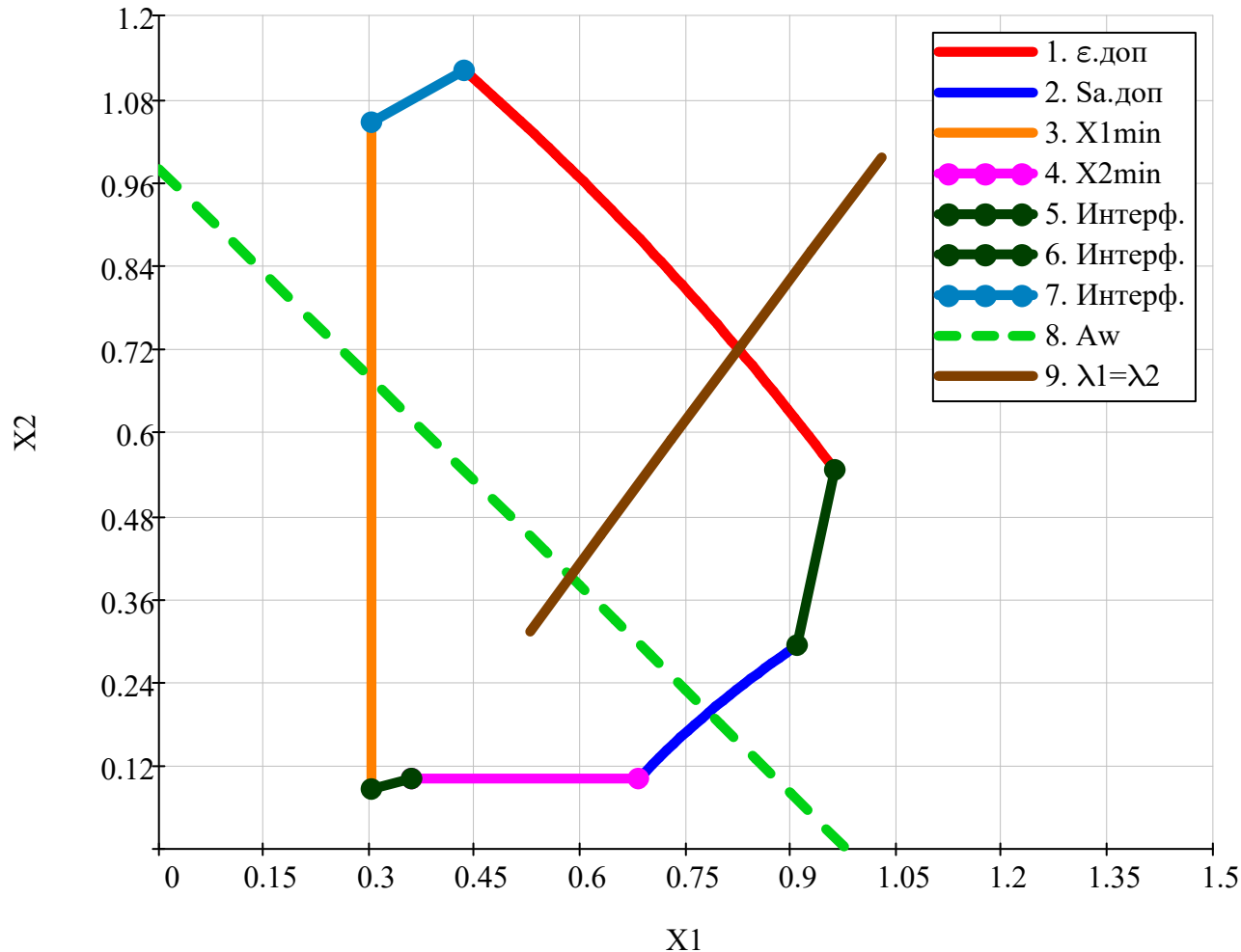
$$X_{гр_max} = 1.5$$

$$X_{гр_min} = 0$$

$$Y_{гр_max} = 1.2$$

$$Y_{гр_min} = 0$$

Блокирующий контур



1. Ограничение по коэфф. торцевого / осевого перекрытия

$$\epsilon_{доп} = 1.05$$

2. Ограничение по приведенной толщине зуба Sa^*

$$Sa_{доп} = 0.4$$

3. Ограничение по подрезанию шестерни

$$X_{mint1} = 0.303$$

4. Ограничение по подрезанию колеса

$$X_{mint2} = 0.101$$

5,6. Ограничение по интерференции ножки зуба колеса

7. Ограничение по интерференции ножки зуба шестерни

8. Изолиния значений коэфф. смещ. $X1$ и $X2$, при которых обеспечивается требуемое межосевое расстояние

$$A_w = 140$$

9. Линия, характеризующая равномерный износ

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

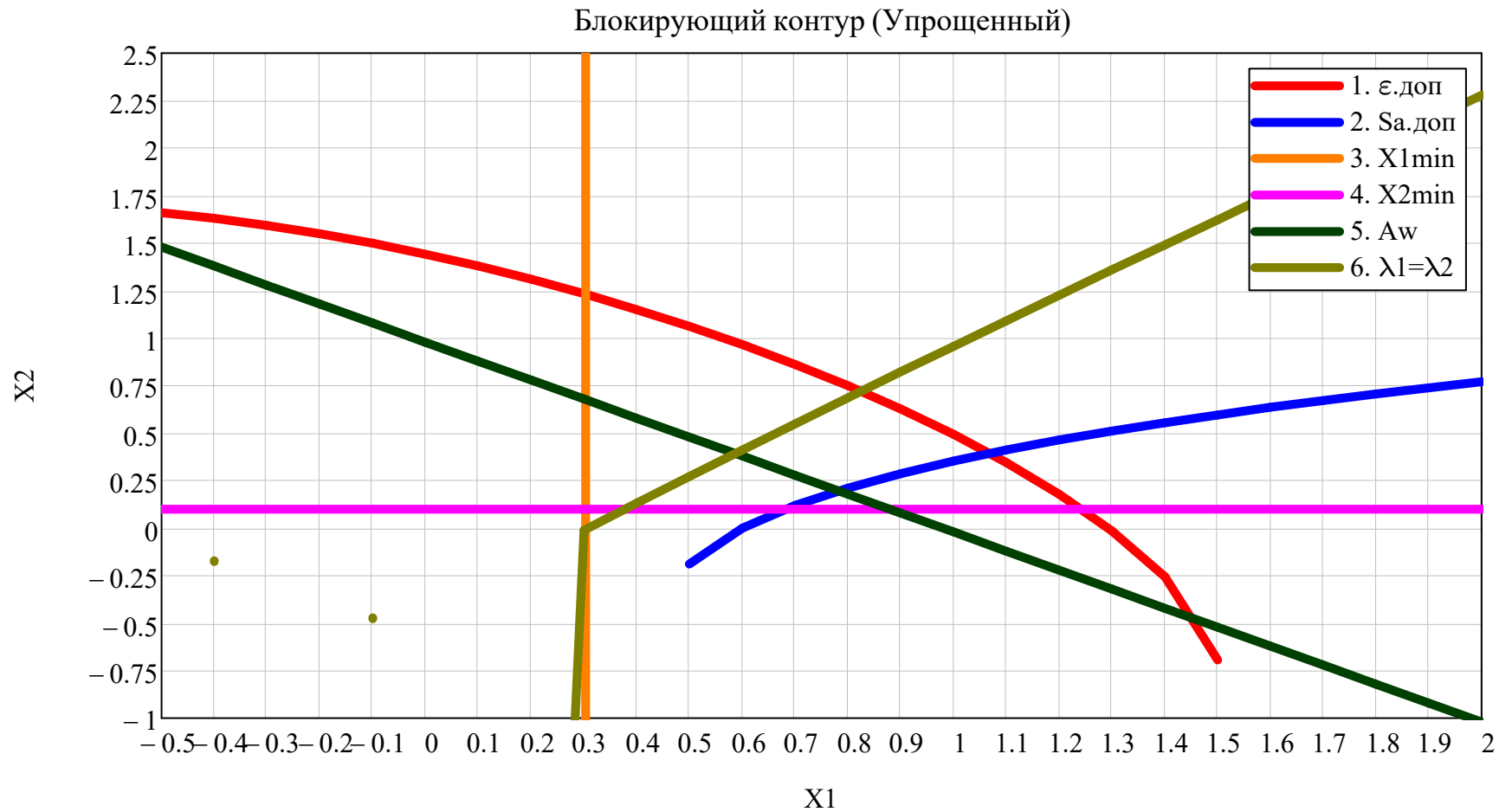
Равномерный износ и требуемое межосевое расстояние достигаются при

$$X1_X2_Aw_ε = \begin{pmatrix} "Aw, мм:" & 140 \\ "X1:" & 0.5862 \\ "X2:" & 0.3925 \end{pmatrix}$$

Анализируя блокирующий контур, выбираем значение:

$$X2 = 0.3925$$

Если блокирующий контур не был построен полностью, как в примере, значит параметры не позволяют это сделать.
Упрощенная версия контура:



A_w обеспечивается для значения X_2 , при X_1 : $X1_{A_w} = X1_{A_w} = 0.586$

Данным значения X_1 и X_2 ,
соответствуют коэфф. λ :

$$\lambda_1 = \lambda_{1\text{расч}}(X1_{A_w}, X2) = 1.735 \quad \lambda_2 = \lambda_{2\text{расч}}(X1_{A_w}, X2) = 1.735$$

Относительный износ: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1$

Таблица рассчитанных параметров зубчатой передачи

R(X2) =	"X1"	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1
	"y"	0.36	0.444	0.525	0.604	0.682	0.758	0.832	0.905	0.977	1.047	1.117	1.185
	"dy"	0.033	0.049	0.067	0.088	0.11	0.135	0.16	0.187	0.216	0.245	0.276	0.307
	"atw"	22.103	22.811	23.474	24.097	24.686	25.244	25.776	26.283	26.769	27.235	27.683	28.115
	"Rw1"	59.567	59.872	60.169	60.458	60.74	61.016	61.287	61.553	61.814	62.071	62.323	62.573
	"Rw2"	76.586	76.978	77.36	77.731	78.094	78.45	78.798	79.139	79.475	79.805	80.13	80.45
	"h"	18.528	18.393	18.239	18.068	17.881	17.68	17.466	17.241	17.006	16.76	16.506	16.243
	"aw"	136.153	136.85	137.528	138.189	138.834	139.466	140.085	140.692	141.289	141.876	142.453	143.023
	"Ra1"	66.385	67.082	67.76	68.421	69.066	69.698	70.316	70.924	71.52	72.107	72.685	73.255
	"Ra2"	86.296	86.161	86.007	85.836	85.649	85.448	85.234	85.009	84.774	84.529	84.274	84.012
	"Rf1"	47.857	48.689	49.521	50.353	51.186	52.018	52.85	53.682	54.515	55.347	56.179	57.011
	"Rf2"	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768	67.768
	"Sa1"	5.979	5.737	5.493	5.247	5.001	4.753	4.505	4.255	4.004	3.752	3.498	3.244
	"Sa2"	4.722	4.9	5.103	5.327	5.568	5.826	6.096	6.378	6.669	6.968	7.274	7.586
	"S1"	13.073	13.635	14.198	14.761	15.323	15.886	16.448	17.011	17.574	18.136	18.699	19.262
	"ε.α"	1.404	1.371	1.338	1.305	1.272	1.239	1.206	1.173	1.14	1.107	1.073	1.04
	"ε.γ"	1.755	1.722	1.689	1.656	1.623	1.59	1.557	1.524	1.491	1.458	1.424	1.391
	"λ1"	17.034	8.092	5.118	3.626	2.724	2.119	1.682	1.352	1.092	0.881	0.707	0.56
	"λ2"	1.795	1.778	1.764	1.753	1.745	1.739	1.735	1.731	1.729	1.728	1.727	1.728
	"u.p"	0.66	0.637	0.617	0.599	0.583	0.569	0.555	0.543	0.531	0.521	0.511	...

Определение области допустимых решений для выбранного значения X2:

Техническое заострение

X11 = 1 Given

$$\epsilon_{\gamma}(X11, X2) = \epsilon_{\text{доп}}$$

$$X_{\epsilon} = \text{Find}(X11) = 2.064$$

Заострение

X111 = 1 Given

$$\frac{S_{a1}(X111, X2)}{mt} = S_{a\text{доп}}$$

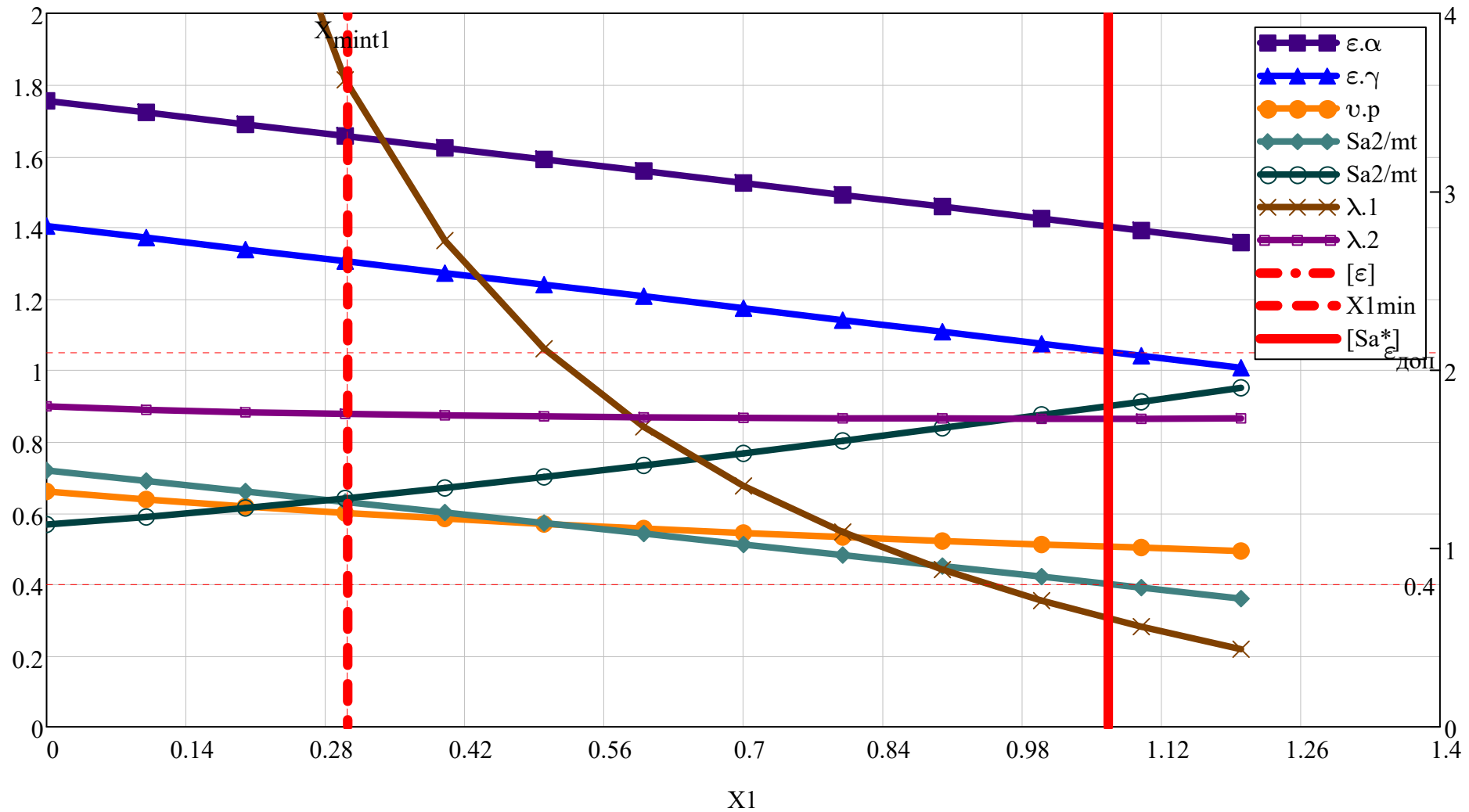
$$X_{S_a} = \text{Find}(X111) = 1.067$$

$$X1_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} X_{\varepsilon} \\ X_{\varepsilon} \end{pmatrix} \quad Y1_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X1_{\min} = \begin{pmatrix} X_{\min 1} \\ X_{\min 1} \end{pmatrix} \quad Y1_{\min} = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X1_{sa} = \begin{pmatrix} X_{sa} \\ X_{sa} \end{pmatrix} \quad Y1_{sa} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$Y_{gp_max} = 2$ $X_{gp_max} = 1.4$

$i = 0, 1 \dots 12 \quad X1_i = \frac{i}{10}$

График качественных показателей передачи



Выбранный коэффициент смещения шестерни:

$$X1 = 0.5862$$

$$X2 = 0.393$$

$$X1_X2_Aw_ε = \begin{pmatrix} "Aw, мм:" & 140 \\ "X1:" & 0.586 \\ "X2:" & 0.393 \end{pmatrix}$$

Рекомендуемый масштаб построения зацепления:

$$\mu_1 = \text{Round}\left(\frac{60000}{h(X1, X2)}, 200\right) = 3400 \frac{\text{мм}}{\text{м}}$$

$$\mu = \frac{\mu_1}{1000} = 3.4 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}$$

Данные для построения с учетом масштаба:

R0(X1, X2, 1) =

"X1"	0.586
"γ, мм"	0.822
"dγ, мм"	0.157
"αtw, град"	25.704
"Rw1, мм"	61.25
"Rw1, мм"	78.75
"h, мм"	17.496
"aw, мм"	140
"Ra1, мм"	70.232
"Ra2, мм"	85.265
"Rf1, мм"	52.735
"Rf2, мм"	67.768
"Sa1, мм"	4.539
"Sa2, мм"	6.058
"S1, мм"	16.371
"ε.α"	1.211
"ε.γ"	1.562
"λ1"	1.735
"λ2"	1.735
"u.p"	0.557

R0(X1, X2, μ) =

"X1"	0.586
"γ, мм"	2.795
"dγ, мм"	0.533
"αtw, град"	25.704
"Rw1, мм"	208.25
"Rw1, мм"	267.75
"h, мм"	59.488
"aw, мм"	476
"Ra1, мм"	238.788
"Ra2, мм"	289.899
"Rf1, мм"	179.3
"Rf2, мм"	230.412
"Sa1, мм"	15.433
"Sa2, мм"	20.597
"S1, мм"	55.661
"ε.α"	1.211
"ε.γ"	1.562
"λ1"	1.735
"λ2"	1.735
"u.p"	0.557

$$R_1 \cdot \mu = 198.07 \quad \text{мм}$$

$$R_{b1} \cdot \mu = 187.64 \quad \text{мм}$$

$$R_2 \cdot \mu = 254.67 \quad \text{мм}$$

$$R_{b2} \cdot \mu = 241.26 \quad \text{мм}$$

$$p1x \cdot \mu = 88.15 \quad \text{мм}$$

$$p2x \cdot \mu = 88.44 \quad \text{мм}$$

$$\text{hat}_ = 1.009$$

$$\text{hft}_ = 1.25$$

$$\text{ct}_ = 0.24$$

$$\text{mt} \cdot \mu = 28.296 \quad \text{мм}$$

$$\text{Pt} \cdot \mu = 88.89 \quad \text{мм}$$

$$S_0 \cdot \mu = 44.45 \quad \text{мм}$$

$$\alpha t = 18.68 \cdot \text{deg}$$

$$\rho ft \cdot \mu = 10.75 \quad \text{мм}$$

Обозначения параметров зацепления смотри в расчетных формулах выше.