



Расчетный файл MathCad 15

Определение передаточных отношений для механизма с качающейся кулисой

Задача:

- найти аналитические функции положения точек звеньев механизма;
- определить кинематические передаточные отношения линейные и угловые.

Исходные данные:

- $l_1 = 0.115$ - длина кривошипа, м;
 $l_3 = 0.831$ - длина кулисы м;
 $l_{3S} = 0.6$ - пол-ние центра масс кулисы; м;
 $l_4 = 0.282$ - шатуна DE, м;
 $l_{4S} = 0.18$ - пол-ние центра масс шатуна;
 $l_{OC} = 0.45$ -расстояние между O и C;
 $\theta = 30$ град - угол перекрытия;

Иллюстрация расчетной схемы:

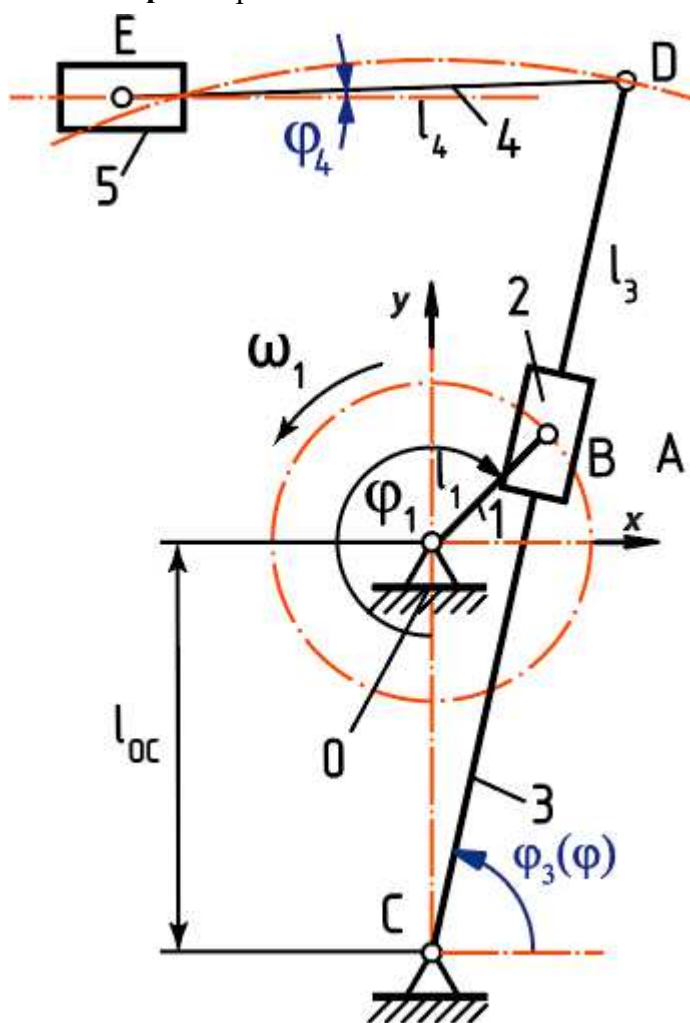


Рис. 1. Кулисный механизм

Определение кинематических характеристик механизма

Из расчетной схемы видно, что начало отсчета обобщенной координаты соответствует 0 радиан в правой системе координат Oxy. Тогда:

Начало отсчета обобщенной координаты: $\varphi_0 = -90^\circ$

Направление вращения - по часовой стрелке: $\omega = -1$

Обобщенная координата: $\varphi_1(\varphi) = \varphi_0 + \omega \cdot \varphi$

Положение для силового анализа: $\varphi_{\square} = 240^\circ$

Абсолютное положение механизма в положении для силового анализа: $\varphi_1(\varphi_{\square}) = -330^\circ$

Положение точки O

Точка O лежит в начале координат и не зависит от обобщенной координаты:

$$x_O = 0 \quad y_O = 0$$

Положение точки A

Точка A совершает движение по окружности радиусом равным длине кривошипа вокруг точки O, уравнение окружности в декартовой системе координат с центром в точке O:

$$x_A(\varphi) = x_O + l_1 \cdot \cos(\varphi_1(\varphi)) \quad y_A(\varphi) = y_O + l_1 \cdot \sin(\varphi_1(\varphi))$$

Положение точки C

Точка C неподвижная, ее координаты:

$$x_C = x_O \quad y_C = y_O - l_{OC} = -0.45$$

Положение точки D

Точка D совершает движение по дуге окружности, радиусом равным длине кулисы. Расстояние между точкой C и A в зависимости от обобщенной координаты:

$$h_3(\varphi) = \sqrt{(x_A(\varphi) - x_C)^2 + (y_A(\varphi) - y_C)^2}$$

Для нахождения положения точки D определим угол $\varphi_3(\varphi)$ между горизонталью Oх и прямой, проходящей совпадающей с кулисой:

$$\varphi_3(\varphi) = \arctan\left(\frac{y_A(\varphi) - y_C}{x_A(\varphi) - x_C}\right)$$

Тогда:

$$x_D(\varphi) = x_C + l_3 \cdot \cos(\varphi_3(\varphi)) \quad y_D(\varphi) = y_C + l_3 \cdot \sin(\varphi_3(\varphi))$$

Положение точки S₃

$$x_{S_3}(\varphi) = x_C + l_{S_3} \cdot \cos(\varphi_3(\varphi)) \quad y_{S_3}(\varphi) = y_C + l_{S_3} \cdot \sin(\varphi_3(\varphi))$$

Положение точки E

Ось ползуна проходит посередине верхнего и нижнего положения точки D на кулисе 3, тогда:

$$\varphi_E = \varphi_D[(-90 + \theta)d]g + \frac{\varphi_D(180d]g - \varphi_D[(-90 + \theta)d]g}{2} = 0.368$$

Точка D совершает возвратно-поступательное движение по горизонтальной прямой, определим угол $\varphi_4(\varphi)$ между этой горизонталью и прямой, проходящей через шатун 4:

$$\varphi_4(\varphi) = \arcsin\left(\frac{\varphi_E - \varphi_D(\varphi)}{l_4}\right)$$

Тогда:

$$\varphi_E(\varphi) = \varphi_D(\varphi) - l_4 \cdot \sin(\varphi_4(\varphi))$$

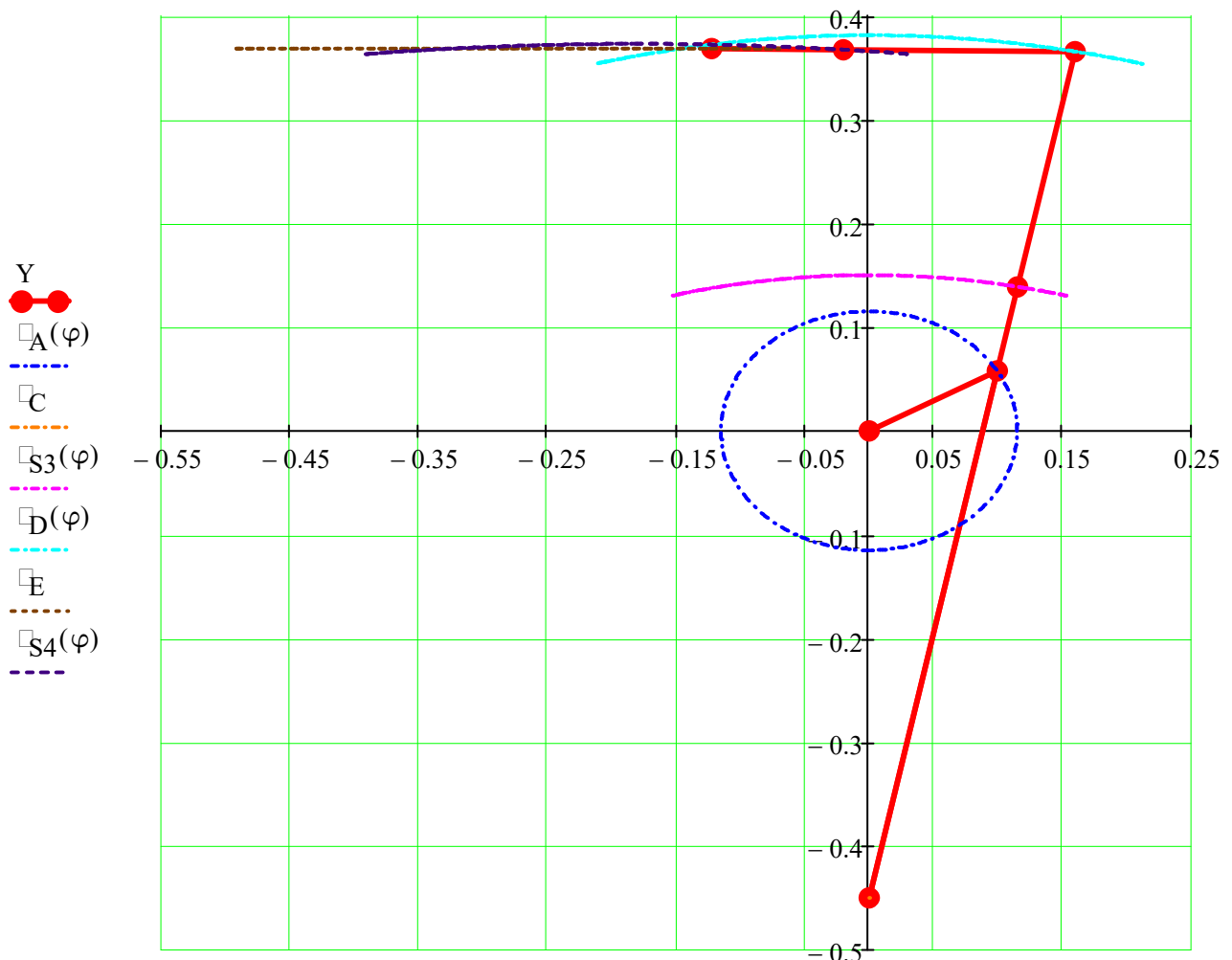
Положение точки S₄

$$\varphi_{S4}(\varphi) = \varphi_D(\varphi) - l_{4S} \cdot \sin(\varphi_4(\varphi)) \quad \varphi_{S4}(\varphi) = \varphi_D(\varphi) + l_{4S} \cdot \sin(\varphi_4(\varphi))$$

План механизма и траектории точек

$$X = (\varphi_O \quad \varphi_A(\varphi) \quad \varphi_C \quad \varphi_{S3}(\varphi) \quad \varphi_D(\varphi) \quad \varphi_{S4}(\varphi) \quad \varphi_E(\varphi))^T$$

$$Y = (\varphi_O \quad \varphi_A(\varphi) \quad \varphi_C \quad \varphi_{S3}(\varphi) \quad \varphi_D(\varphi) \quad \varphi_{S4}(\varphi) \quad \varphi_E)^T \quad \varphi = 0, 1d]g. 360d]g$$



$$X, \varphi_A(\varphi), \varphi_C, \varphi_{S3}(\varphi), \varphi_D(\varphi), \varphi_E(\varphi), \varphi_{S4}(\varphi)$$

Схема механизма построена корректно, функции положения описаны верно

Аналоги скоростей точек и звеньев механизма

Линейные

$$v_{qA}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_A(\varphi) \quad v_{qA}(\varphi_{\square}) = 0.058 \quad v_{qA}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_A(\varphi) \quad v_{qA}(\varphi_{\square}) = -0.1$$

$$v_{qD}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_D(\varphi) \quad v_{qD}(\varphi_{\square}) = 0.119 \quad v_{qD}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_D(\varphi) \quad v_{qD}(\varphi_{\square}) = -0.023$$

$$v_{qE}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_E(\varphi) \quad v_{qE}(\varphi_{\square}) = 0.119$$

$$v_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_{S3}(\varphi) \quad v_{qS3}(\varphi_{\square}) = 0.086 \quad v_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_{S3}(\varphi) \quad v_{qS3}(\varphi_{\square}) = -0.017$$

$$v_{qS4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_{S4}(\varphi) \quad v_{qS4}(\varphi_{\square}) = 0.119 \quad v_{qS4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_{S4}(\varphi) \quad v_{qS4}(\varphi_{\square}) = -0.008$$

Угловые

$$\omega_{q4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_4(\varphi) \quad \omega_{q4}(\varphi_{\square}) = 0.083$$

$$\omega_{q3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_3(\varphi) \quad \omega_{q3}(\varphi_{\square}) = -0.146$$

Аналоги ускорений точек и звеньев механизма

Линейные

$$\ddot{\varphi}_A(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qA}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_A(\varphi_{\square}) = -0.1 \quad \ddot{\varphi}_A(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qA}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_A(\varphi_{\square}) = -0.057$$

$$\ddot{\varphi}_D(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qD}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_D(\varphi_{\square}) = -0.1 \quad \ddot{\varphi}_D(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qD}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_D(\varphi_{\square}) = 0.002$$

$$\ddot{\varphi}_{S3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qS3}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_{S3}(\varphi_{\square}) = -0.072 \quad \ddot{\varphi}_{S3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qS3}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_{S3}(\varphi_{\square}) = 0.001$$

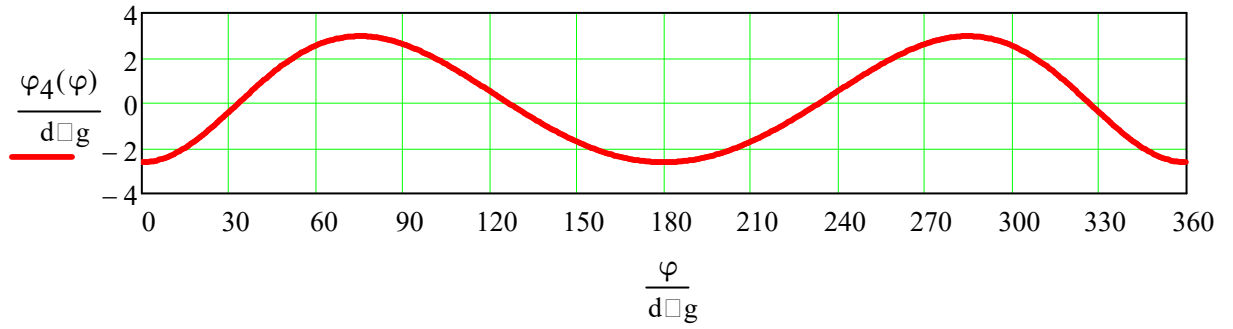
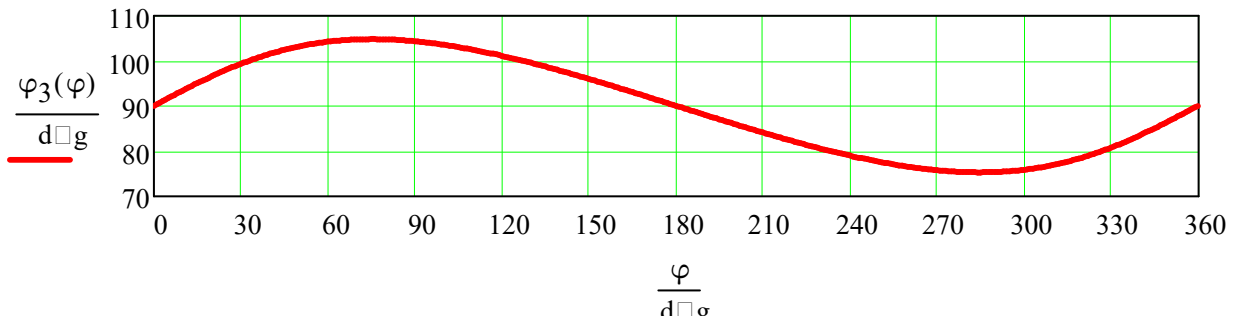
$$\ddot{\varphi}_E(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qE}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_E(\varphi_{\square}) = -0.098$$

$$\ddot{\varphi}_{S4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qS4}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_{S4}(\varphi_{\square}) = -0.099 \quad \ddot{\varphi}_{S4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} v_{qS4}(\varphi) \quad \ddot{\varphi}_{S4}(\varphi_{\square}) = 0.001$$

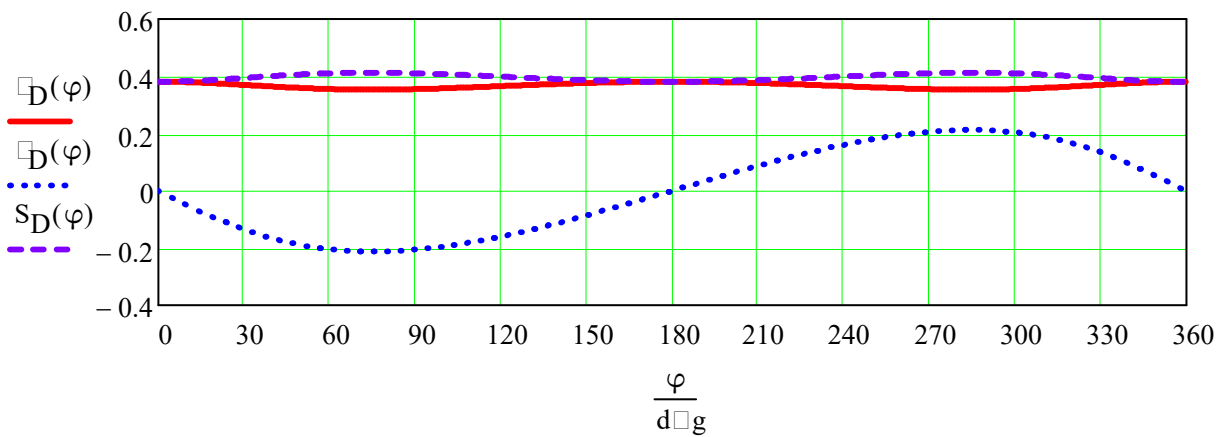
Угловые

$$\varepsilon_{q3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \omega_{q3}(\varphi) \quad \varepsilon_{q3}(\varphi_{\square}) = 0.119$$

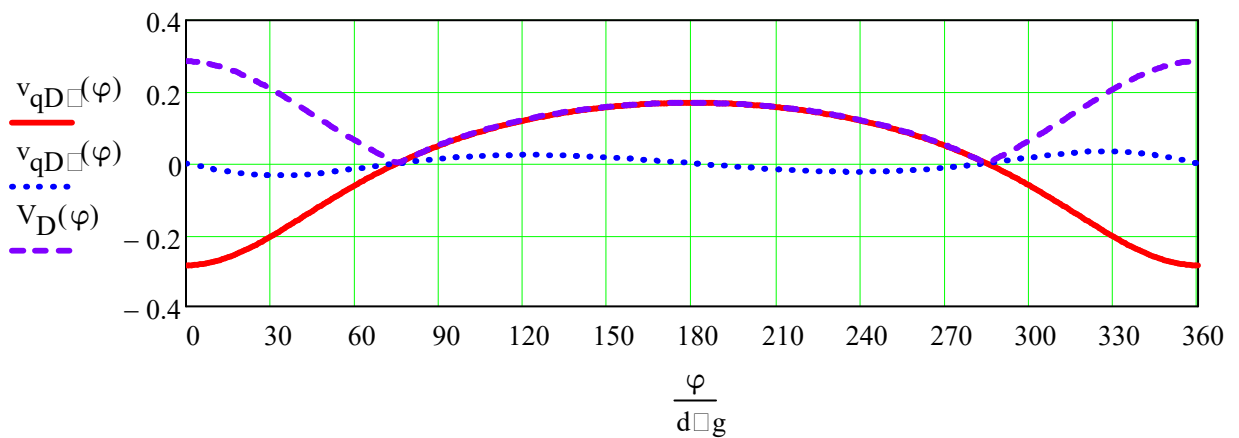
$$\varepsilon_{q4}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \omega_{q4}(\varphi) \quad \varepsilon_{q4}(\varphi_{\square}) = -0.005$$

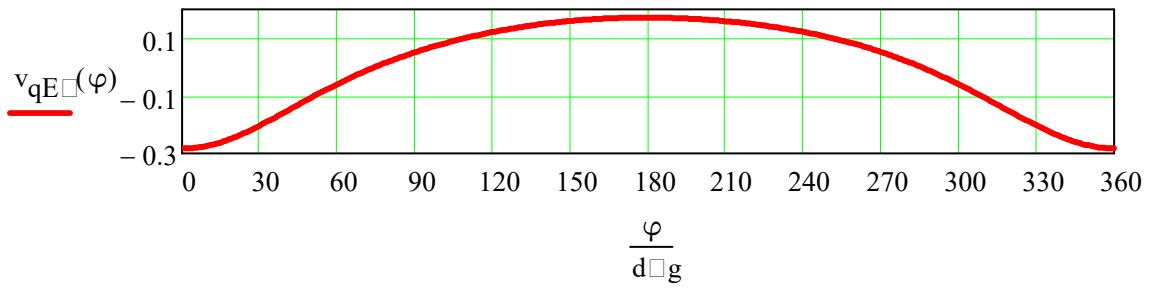


$$S_D(\varphi) = \sqrt{\square_D(\varphi)^2 + \square_D(\varphi)^2}$$

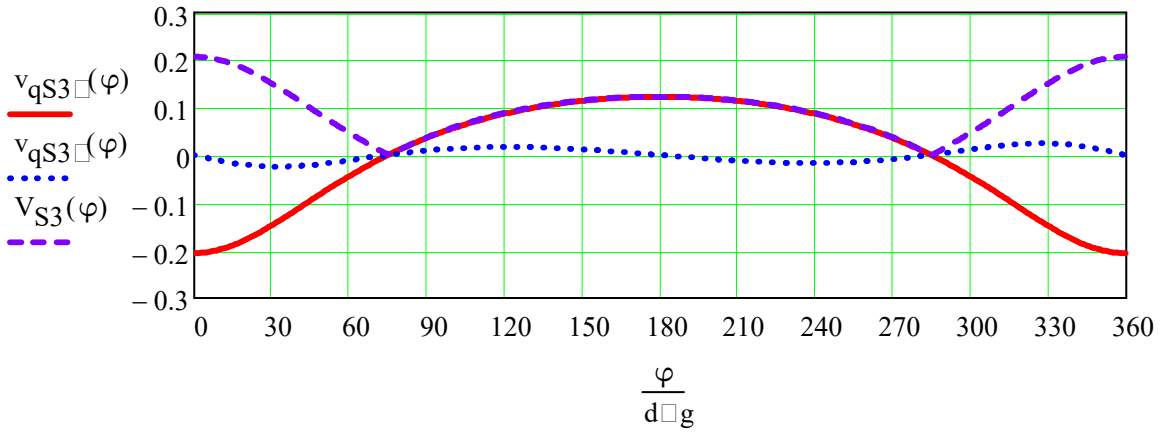


$$V_D(\varphi) = \sqrt{v_{qD\square}(\varphi)^2 + v_{qD\square}(\varphi)^2}$$





$$V_{S3}(\varphi) = \sqrt{v_{qS3}(\varphi)^2 + v_{qS3}(\varphi)^2}$$



$$V_{S4}(\varphi) = \sqrt{v_{qS4}(\varphi)^2 + v_{qS4}(\varphi)^2}$$

