



Определение передаточных отношений для кривошипно-ползунного механизма

Конфигурация: вертикальный, ориентированный вверх

Задача:

- найти аналитические функции положения точек звеньев механизма;
- определить кинематические передаточные отношения линейные и угловые.

Исходные данные:

$l_1 = 0.095$ - длина кривошипа, м;

$l_2 = 0.45$ - длина шатуна, м;

$l_{S_2} = 0.21$ - положение центра масс шатуна, м;

$l_3 = 0.05$ - расстояние от точки С до точки D, м;

Иллюстрация расчетной схемы:

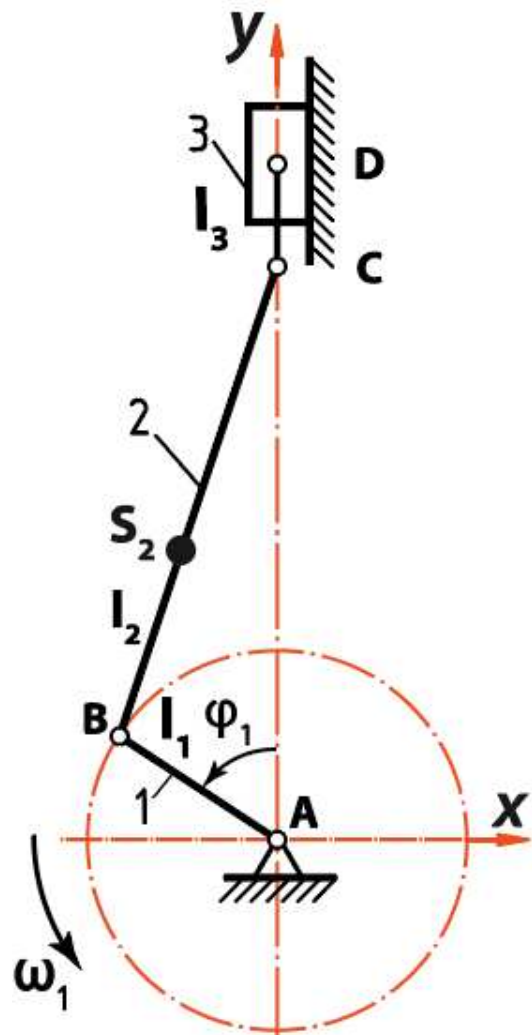


Рис. 1. Кривошипно-ползунный механизм, горизонтальный

Определение кинематических характеристик механизма

Из расчетной схемы видно, что начало отсчета обобщенной координаты соответствует $\pi/2$ радиан в правой системе координат Oxy . Тогда:

Итерируемый параметр: $\varphi = 0, 1\text{град}.. 360\text{град}$

Направление вращения кривошипа (против часовой стрелки): $\omega_{q1} = 1$

Начало отсчёта обобщённой координаты: $\varphi_0 = 90\text{град}$

Расчётное положение механизма для силового анализа: $\varphi_c = 60\text{град}$

Обобщенная координата характеризуется зависимостью: $\varphi_1(\varphi) = \varphi_0 + \varphi \cdot \omega_{q1}$

Абсолютное положение механизма в положении для силового анализа: $\varphi_1(\varphi_c) = 150 \cdot \text{град}$

Положение точки А

Точка А лежит в начале координат и не зависит от обобщенной координаты:

$$X_A = 0 \quad Y_A = 0$$

Положение точки В

Точка В совершает движение по окружности радиусом равным длине кривошипа вокруг точки А, уравнение окружности в декартовой системе координат с центром в точке А:

$$X_B(\varphi) = X_A + l_1 \cdot \cos(\varphi_1(\varphi)) \quad Y_B(\varphi) = Y_A + l_1 \cdot \sin(\varphi_1(\varphi))$$

Положение точки С

Точка С двигается возвратно-поступательно вдоль прямой, совпадающей с осью Ox . При этом она совершает сложное движение относительно точки В. Рассмотрим прямоугольный треугольник, образованный шатуном 2 и координатой точки В по оси ординат:

Угол φ_2 - может быть найден из построенного прямоугольного треугольника, по известной длине шатуна и координате $X_B(\varphi)$:

$$\cos \varphi_2(\varphi) = \frac{X_A - X_B(\varphi)}{l_2}$$

$$\varphi_2(\varphi) = \arccos(\cos \varphi_2(\varphi))$$

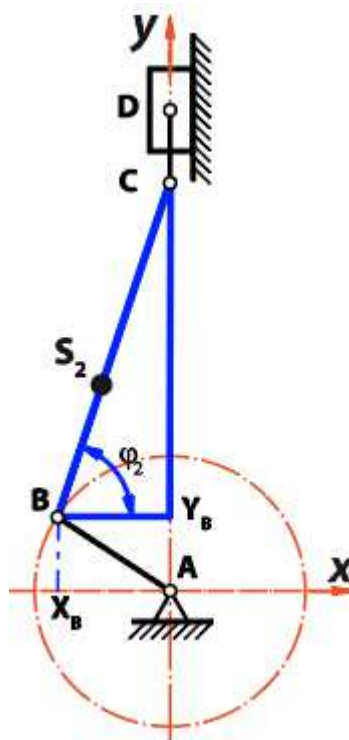
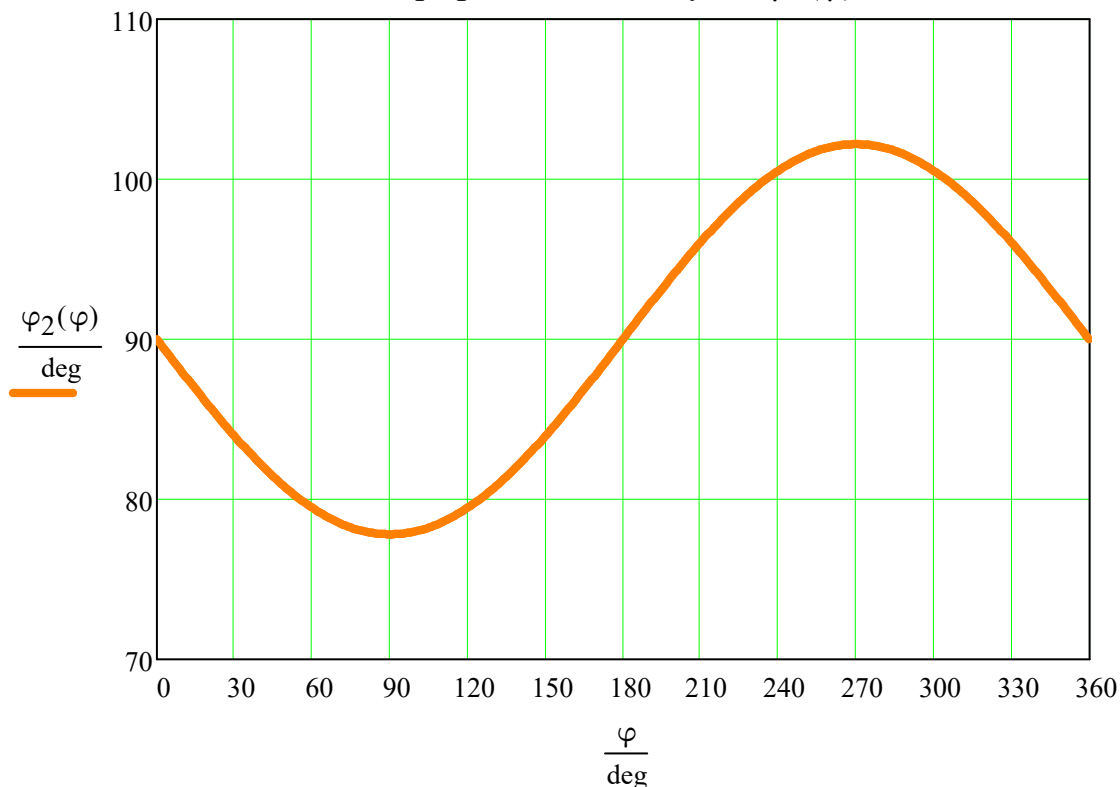


Рис. 2. Прямоугольный треугольник BCY_B

График изменения угла $\varphi_2(\varphi)$



Положение точки С определим по найденному углу $\varphi_2(\varphi)$ и длине шатнуа из рассмотреного выше прямоугольного треугольника, ордината точки С совпадает с ординатой точки А:

$$X_C = X_A \quad Y_C(\varphi) = Y_B(\varphi) + l_2 \cdot \sin(\varphi_2(\varphi))$$

Положение точки S_2

Для точки S_2 функция положения составляется по аналогии с точкой С, методом пропорциональных отрезков:

$$X_{S2}(\varphi) = X_B(\varphi) + l_{S2} \cdot \cos(\varphi_2(\varphi)) \quad Y_{S2}(\varphi) = Y_B(\varphi) + l_{S2} \cdot \sin(\varphi_2(\varphi))$$

Положение точки D

Точка D принадлежит твердому телу - штоку, все точки твердого тела совершают движение по одинаковой траектории, поэтому:

$$X_D = X_C \quad Y_D(\varphi) = Y_C(\varphi) + l_3$$

План механизма и траектории точек:

$$X = (X_A \quad X_B(\varphi_c) \quad X_{S2}(\varphi_c) \quad X_C \quad X_D)^T$$

$$Y = (Y_A \quad Y_B(\varphi_c) \quad Y_{S2}(\varphi_c) \quad Y_C(\varphi_c) \quad Y_D(\varphi_c))^T$$

Схема механизма

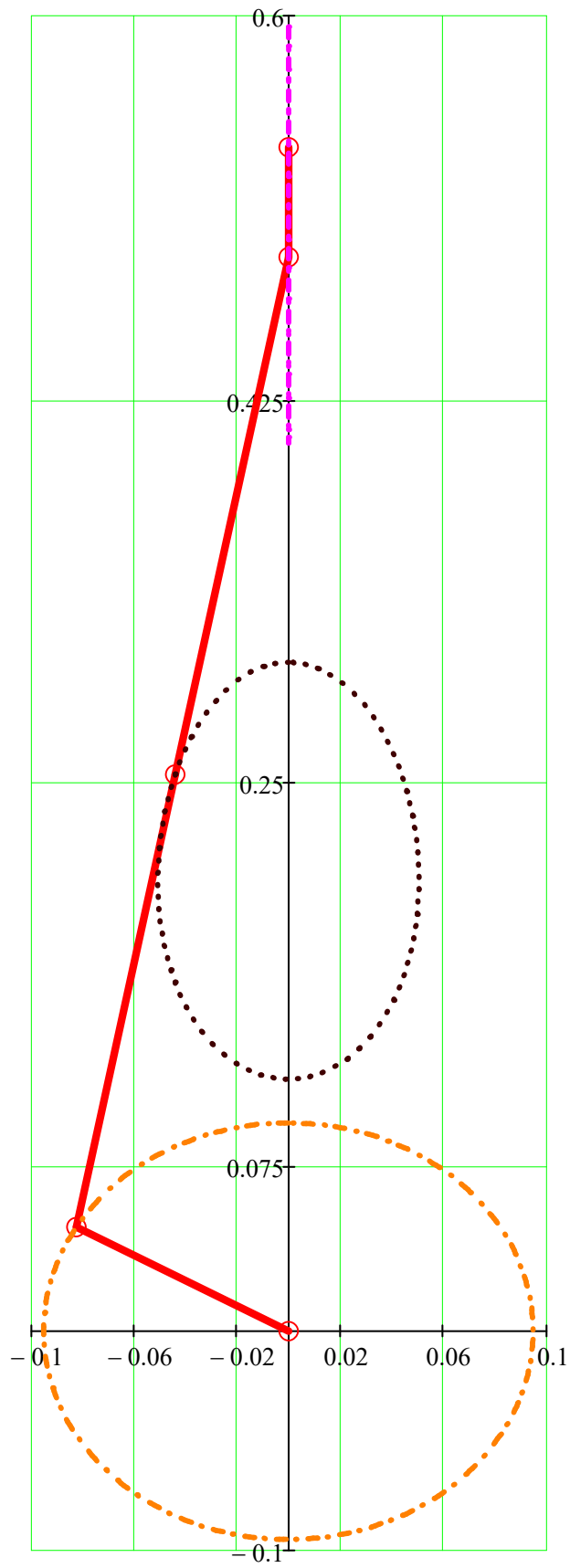


Схема механизма построена корректно, функции положения описаны верно.

Аналоги скоростей

Линейные:

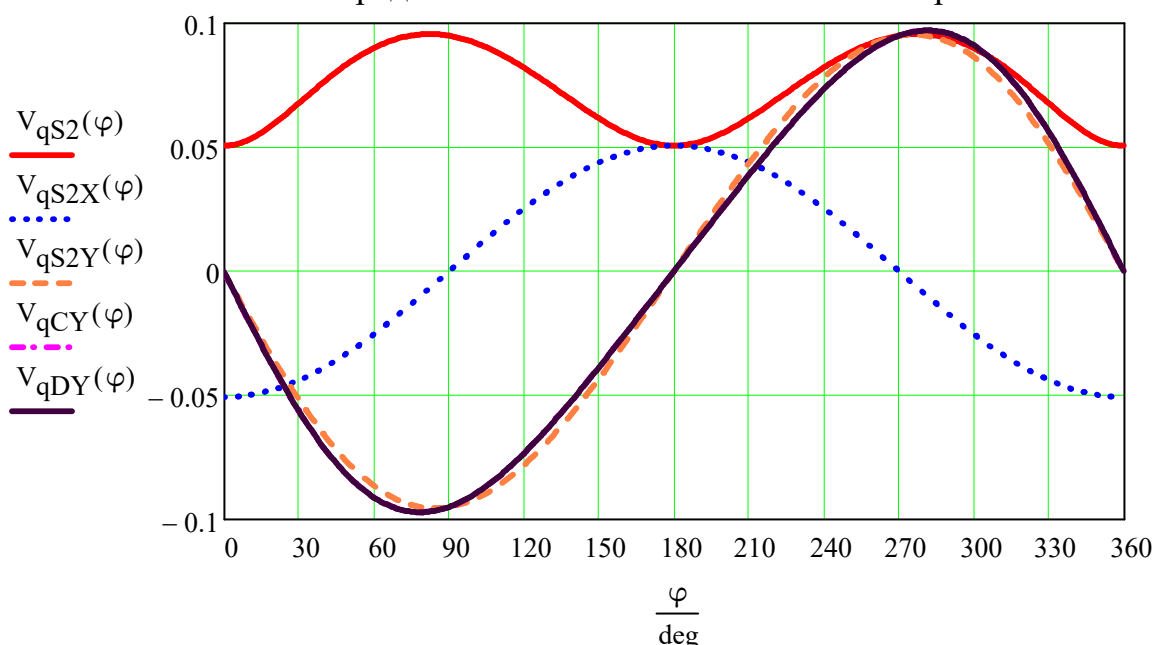
$$V_{qS2X}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} X_{S2}(\varphi) \quad V_{qS2Y}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} Y_{S2}(\varphi)$$

$$V_{qS2}(\varphi) = \sqrt{V_{qS2X}(\varphi)^2 + V_{qS2Y}(\varphi)^2}$$

$$V_{qCY}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} Y_C(\varphi) \quad V_{qDY}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} Y_D(\varphi)$$

$$V_{qS2}(\varphi) = \sqrt{V_{qS2X}(\varphi)^2 + V_{qS2Y}(\varphi)^2}$$

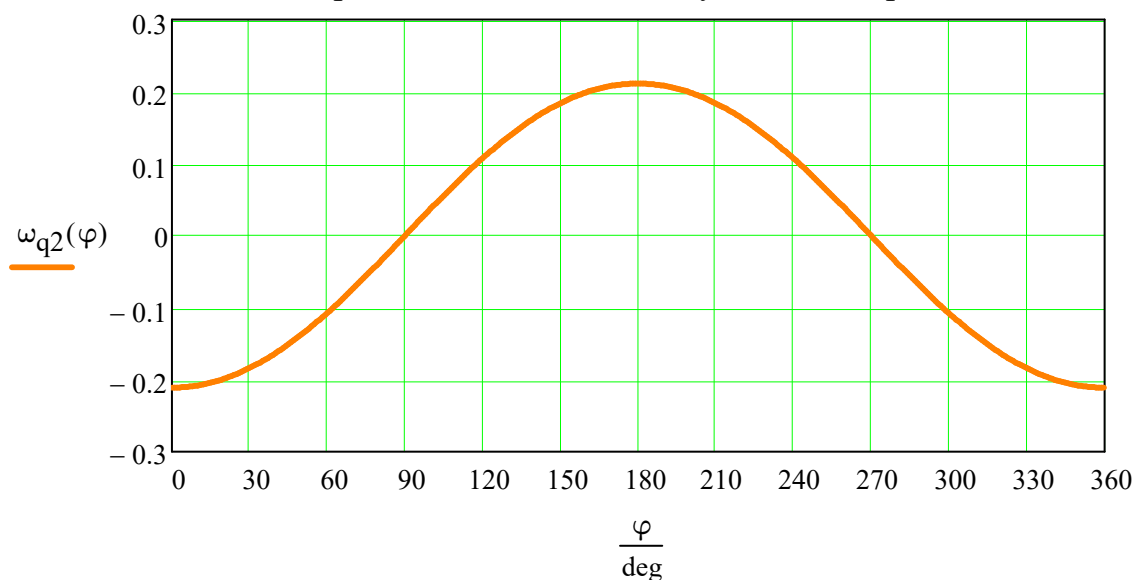
Передаточные отношения линейных скоростей



Угловые:

$$\omega_{q2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_2(\varphi)$$

Передаточные отношения угловых скоростей

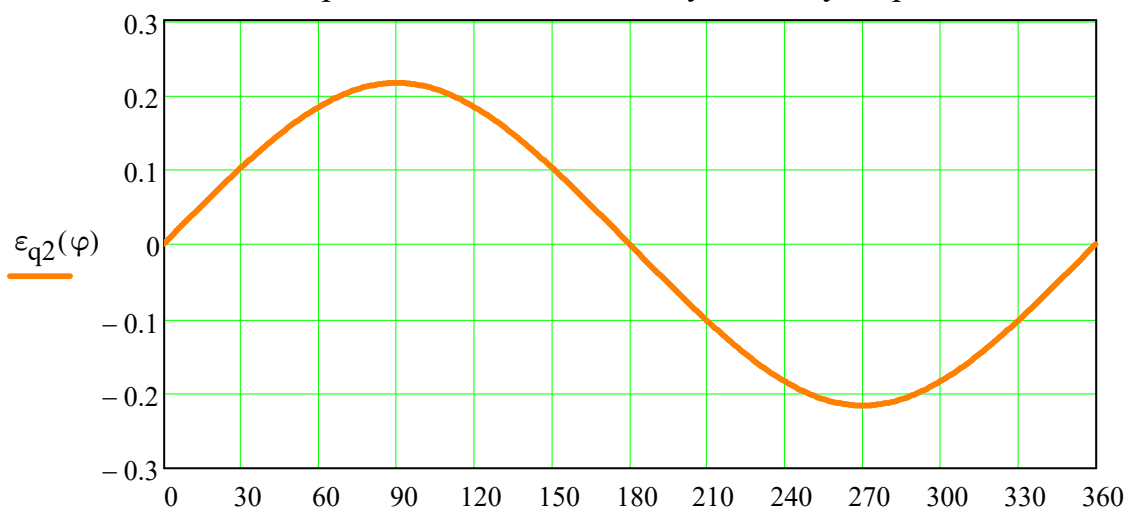


Аналоги ускорений

Угловые:

$$\varepsilon_{q2}(\varphi) = \frac{d^2}{d\varphi^2} \varphi_2(\varphi)$$

Передаточные отношения угловых ускорений



Линейные:

$\frac{\varphi}{\text{deg}}$

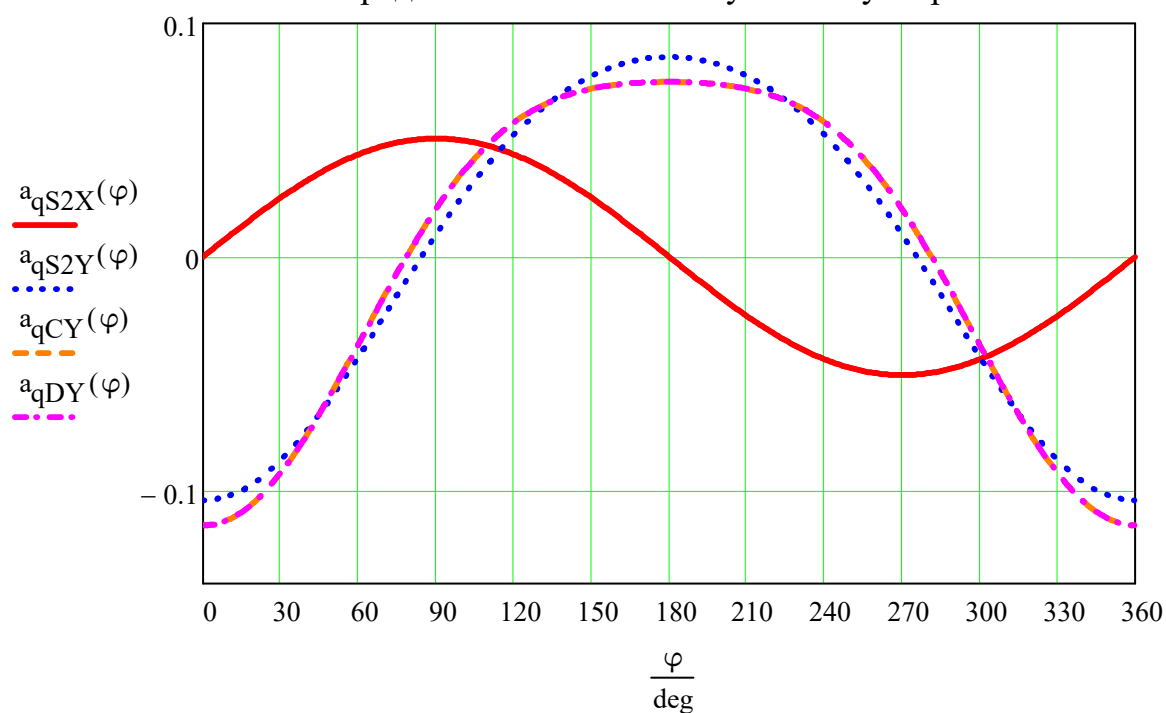
$$a_{qS2X}(\varphi) = \frac{d^2}{d\varphi^2} X_{S2}(\varphi)$$

$$a_{qS2Y}(\varphi) = \frac{d^2}{d\varphi^2} Y_{S2}(\varphi)$$

$$a_{qCY}(\varphi) = \frac{d^2}{d\varphi^2} Y_C(\varphi)$$

$$a_{qDY}(\varphi) = \frac{d^2}{d\varphi^2} Y_D(\varphi)$$

Передаточные отношения угловых ускорений



Численный расчёт по 12-ти положениям механизма:

$\phi = 0, 30\text{deg}.. 360\text{deg}$

$$\omega_{q2}(\phi) = \quad V_{qS2X}(\phi) = \quad V_{qS2Y}(\phi) = \quad V_{qCY}(\phi) = \quad V_{qDY}(\phi) =$$

-0.211
-0.184
-0.107
0
0.107
0.184
0.211
0.184
0.107
0
-0.107
-0.184
-0.211

-0.051
-0.044
-0.025
0
0.025
0.044
0.051
0.044
0.025
0
-0.025
-0.044
-0.051

0
-0.052
-0.086
-0.095
-0.078
-0.043
0
0.043
0.078
0.095
0.086
0.052
0

0
-0.056
-0.091
-0.095
-0.073
-0.039
0
0.039
0.073
0.095
0.091
0.056
0

0
-0.056
-0.091
-0.095
-0.073
-0.039
0
0.039
0.073
0.095
0.091
0.056
0

$$\epsilon_{q2}(\phi) = \quad a_{qS2X}(\phi) = \quad a_{qS2Y}(\phi) = \quad a_{qCY}(\phi) = \quad a_{qDY}(\phi) =$$

0
0.103
0.184
0.216
0.184
0.103
-0
-0.103
-0.184
-0.216
-0.184
-0.103
0

0
0.025
0.044
0.051
0.044
0.025
0
-0.025
-0.044
-0.051
-0.044
-0.025
0

-0.104
-0.087
-0.043
0.01
0.052
0.077
0.086
0.077
0.052
0.01
-0.043
-0.087
-0.104

-0.115
-0.093
-0.037
0.021
0.058
0.072
0.075
0.072
0.058
0.021
-0.037
-0.093
-0.115

-0.115
-0.093
-0.037
0.021
0.058
0.072
0.075
0.072
0.058
0.021
-0.037
-0.093
-0.115