



## Определение передаточных отношений для четырехшарнирного механизма

### Задача:

- найти аналитические функции положения точек звеньев механизма;
- определить кинематические передаточные отношения линейные и угловые.

### Исходные данные:

$l_1 = 0.147$  - длина кривошипа, м;

$l_2 = 0.897$  - длина шатуна, м;

$l_{2S} = 0.44$  - положение центра масс шатуна, м;

$l_{3S} = 0.3$  - положение центра масс коромысла

$l_3 = 0.75$  - длина коромысла DC, м;

$l_{AD} = 0.5$  - расстояние между точками AD по горизонтали;

$l_{AD\square} = 0$  - расстояние между точками AD по вертикали;

$\theta = 30$ град - угол перекрытия;

$\gamma_1 = 70$ д°г  $\gamma_2 = 110$ д°г - углы крайних положений коромысла;

### Иллюстрация расчетной схемы:

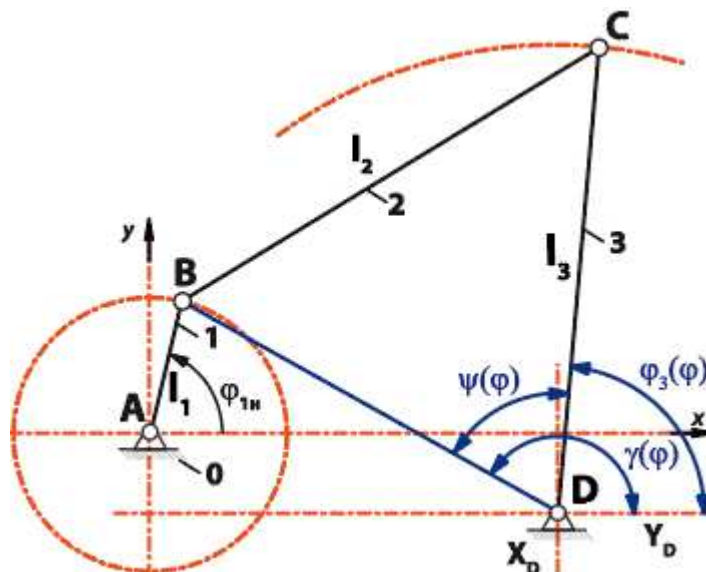


Рис. 1. Четырехшарнирный механизм

## Определение кинематических характеристик механизма

Из расчетной схемы видно, что начало отсчета обобщенной координаты соответствует 0 радиан в правой системе координат Oxy. Тогда:

Начало отсчета обобщенной координаты:  $\varphi_0 = 0$ град

Направление вращения - против часовой стрелки:  $\omega = 1$

Обобщенная координата:  $\varphi_1(\varphi) = \varphi_0 + \omega \cdot \varphi$

Положение для силового анализа:  $\varphi_{\square} = 60$ град

Абсолютное положение механизма в положении для силового анализа:  $\varphi_1(\varphi_{\square}) = 60 \cdot \text{град}$

### Функции положения:

#### Положение точки А

Точка А лежит в начале координат и не зависит от обобщенной координаты:

$$x_A = 0 \quad y_A = 0$$

#### Положение точки В

Точка В совершает движение по окружности радиусом равным длине кривошипа вокруг точки А, уравнение окружности в декартовой системе координат с центром в точке А:

$$x_B(\varphi) = x_A + l_1 \cdot \cos(\varphi_1(\varphi)) \quad y_B(\varphi) = x_A + l_1 \cdot \sin(\varphi_1(\varphi))$$

#### Положение точки D

Точка D неподвижная, координаты:

$$x_D = x_A + l_{AD} = 0.5 \quad y_D = x_A + l_{AD} \cdot \square$$

#### Положение точки С

Точка С, с одной стороны, совершает сложное движение относительно точки В, с другой, двигается по дуге окружности относительно точки D. Для нахождения координат точки С введем дополнительный вектор DB и определим его длину в зависимости от обобщенной координаты:

$$l_{DB}(\varphi) = \sqrt{(x_B(\varphi) - x_D)^2 + (y_B(\varphi) - y_D)^2}$$

Найдем угол  $\gamma(\varphi)$ , применив функцию  $\arccos$

$$\gamma(\varphi) = \arccos\left(\frac{x_B(\varphi) - x_D}{l_{DB}(\varphi)}\right)$$

Для треугольника CDB применим теорему косинусов и выразим угол  $\psi(\varphi)$ :

$$\psi(\varphi) = \arccos\left(\frac{l_{DB}(\varphi)^2 + l_3^2 - l_2^2}{2 \cdot l_{DB}(\varphi) \cdot l_3}\right)$$

Вычислим угол  $\varphi_3(\varphi)$  как разность двух найденных углов

$$\varphi_3(\varphi) = \gamma(\varphi) - \psi(\varphi)$$

Тогда координаты точки C:

$$x_C(\varphi) = x_D + l_3 \cdot \cos(\varphi_3(\varphi)) \quad y_C(\varphi) = y_D + l_3 \cdot \sin(\varphi_3(\varphi))$$

### Положение точки S<sub>2</sub>

Найдем угол между прямой, проходящей по звену 2 и горизонталью Oх:

$$\varphi_2(\varphi) = \arctan\left(\frac{y_C(\varphi) - y_B(\varphi)}{x_C(\varphi) - x_B(\varphi)}\right)$$

Положение центра масс:

$$x_{S_2}(\varphi) = x_B(\varphi) + l_{2S} \cdot \cos(\varphi_2(\varphi)) \quad y_{S_2}(\varphi) = y_B(\varphi) + l_{2S} \cdot \sin(\varphi_2(\varphi))$$

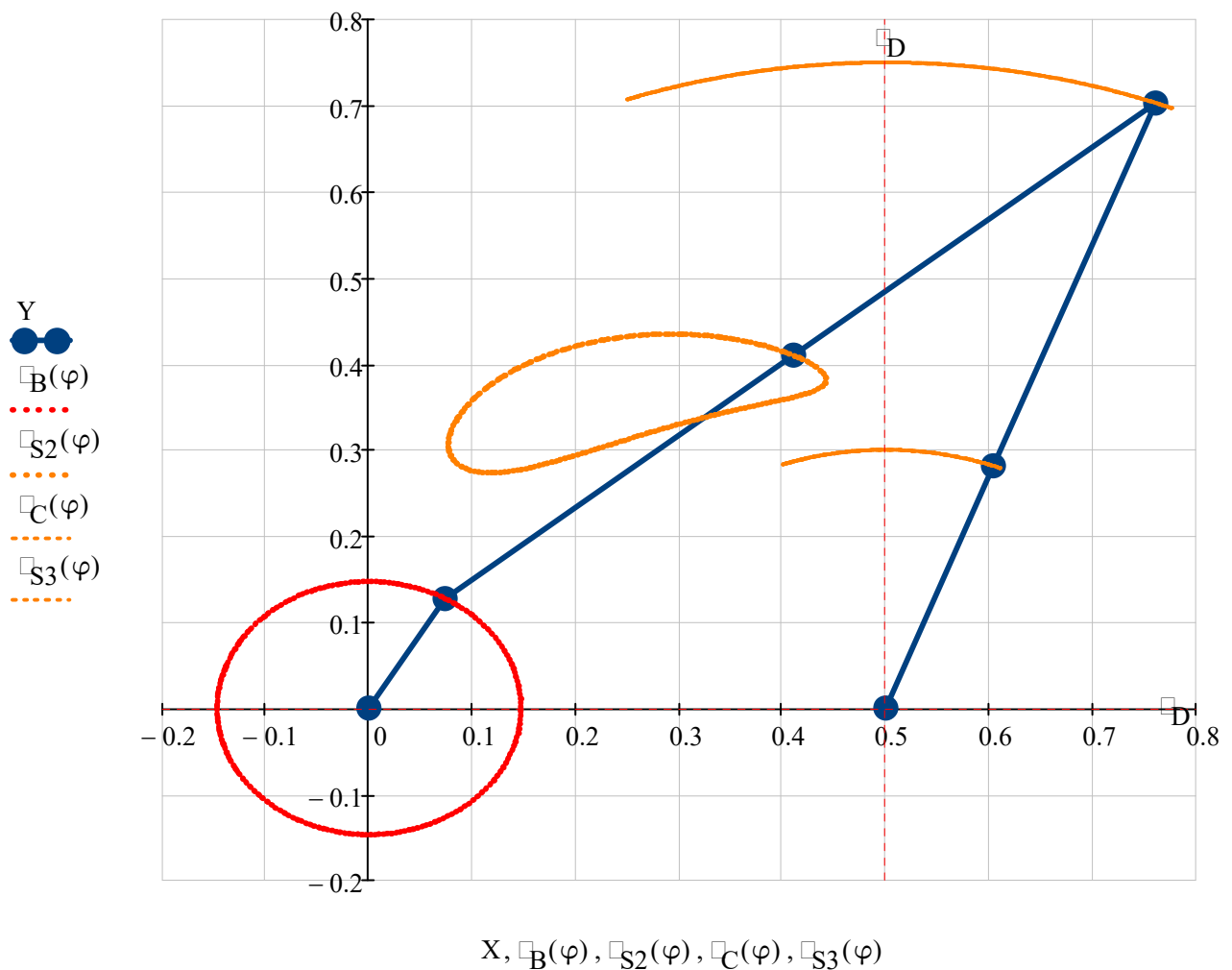
### Положение точки S<sub>3</sub>

$$x_{S_3}(\varphi) = x_D + l_{3S} \cdot \cos(\varphi_3(\varphi)) \quad y_{S_3}(\varphi) = y_D + l_{3S} \cdot \sin(\varphi_3(\varphi))$$

### План механизма и траектории точек:

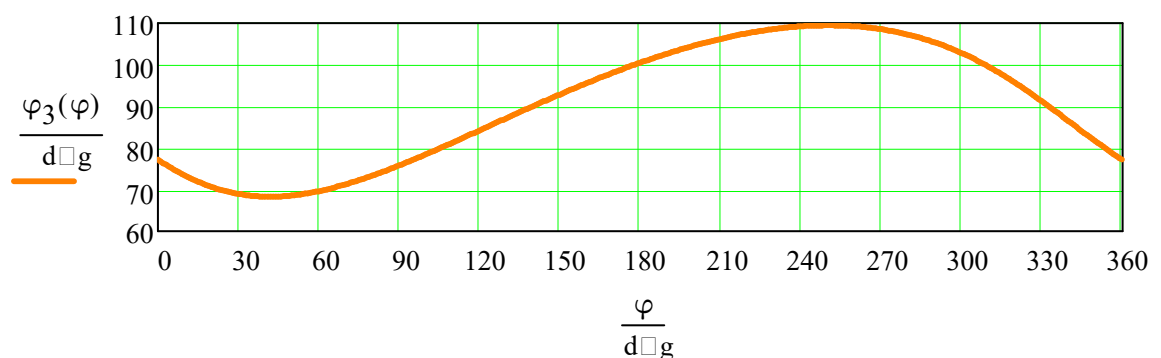
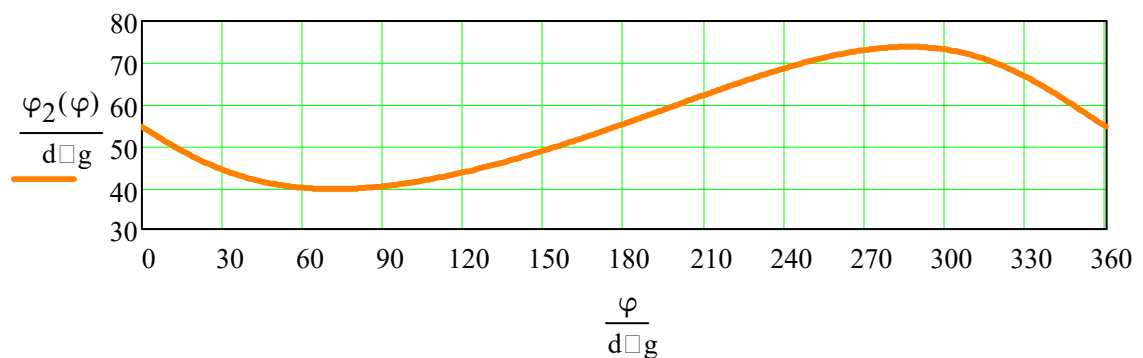
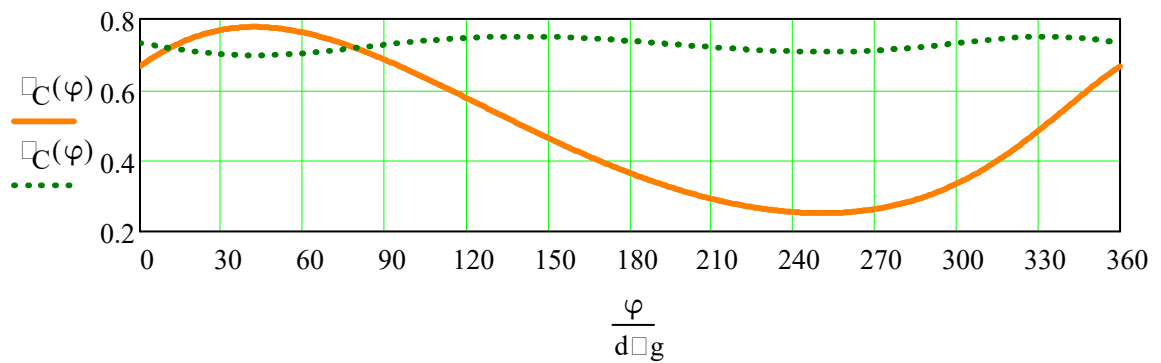
$$X = (x_A \quad x_B(\varphi) \quad x_{S_2}(\varphi) \quad x_C(\varphi) \quad x_{S_3}(\varphi) \quad x_D)^T$$

$$Y = (y_A \quad y_B(\varphi) \quad y_{S_2}(\varphi) \quad y_C(\varphi) \quad y_{S_3}(\varphi) \quad y_D)^T$$



**Построим графики функций положения:**

$$\varphi = 0,1d \square g. 360d \square g$$



**Кинематические передаточные функции скорости (аналоги скоростей):**

**Линейные**

$$V_{qB}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} B(\varphi)$$

$$V_{qB}(\varphi) = 0.074$$

$$V_{qB}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} B(\varphi)$$

$$V_{qB}(\varphi) = -0.127$$

$$V_{qS2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} S2(\varphi)$$

$$V_{qS2}(\varphi) = 0.055$$

$$V_{qS2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} S2(\varphi)$$

$$V_{qS2}(\varphi) = -0.112$$

$$V_{qS2}(\varphi) = \sqrt{V_{qS2}(\varphi)^2 + V_{qS2}(\varphi)^2} \quad V_{qS2}(\varphi) = 0.124$$

$$V_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} S_3(\varphi)$$

$$V_{qS3}(\varphi_{\square}) = 0.014$$

$$V_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} S_3(\varphi)$$

$$V_{qS3}(\varphi_{\square}) = -0.038$$

$$V_{qS3}(\varphi) = \sqrt{V_{qS3}(\varphi)^2 + V_{qS3}(\varphi)^2}$$

$$V_{qS3}(\varphi_{\square}) = 0.041$$

$$V_{qC}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} C(\varphi)$$

$$V_{qC}(\varphi_{\square}) = -0.096$$

$$V_{qC}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} C(\varphi)$$

$$V_{qC}(\varphi_{\square}) = 0.036$$

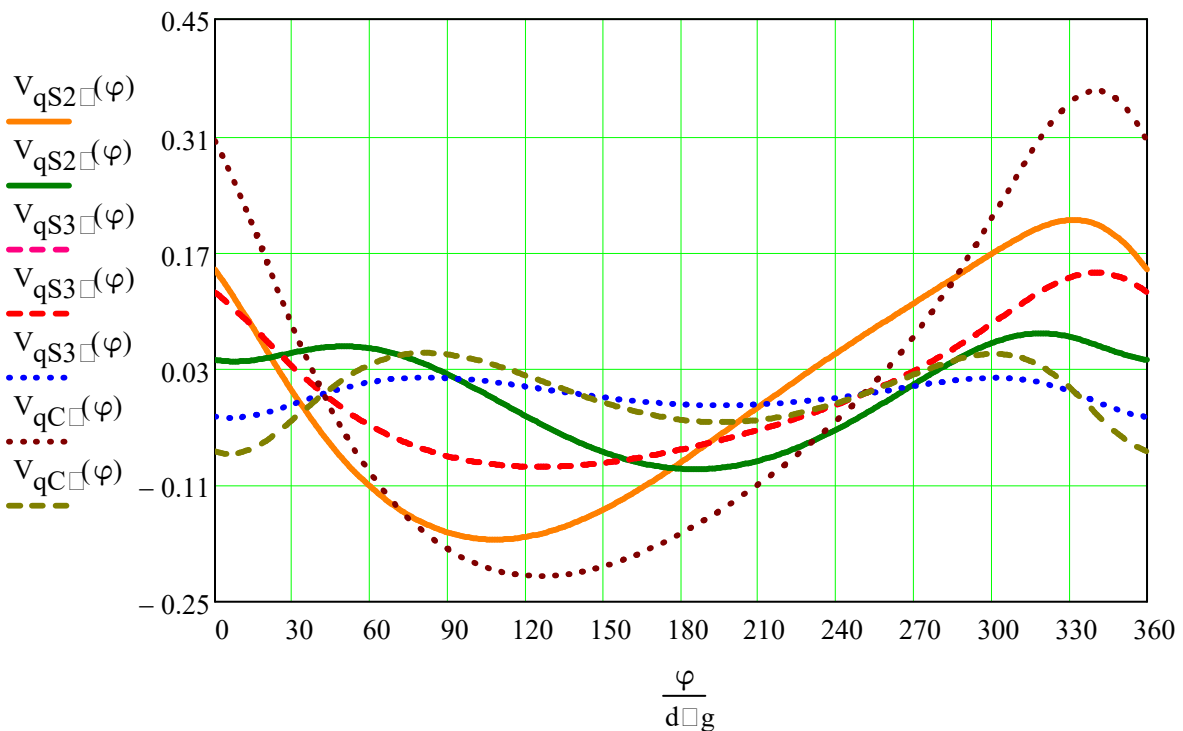
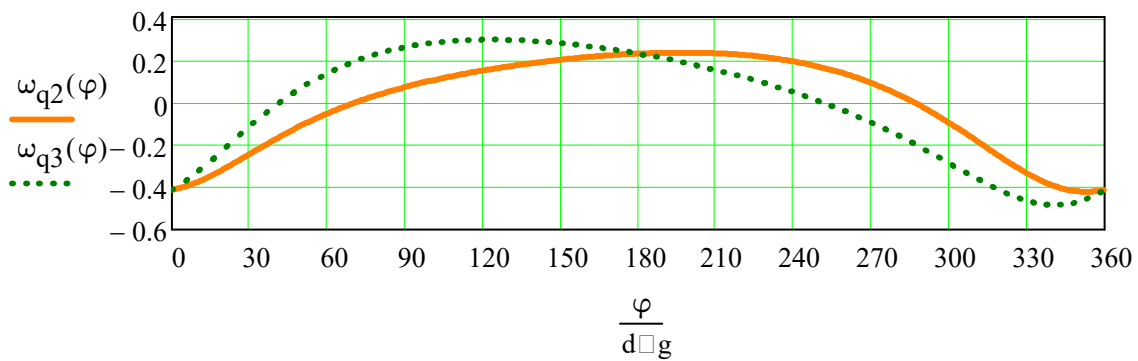
### Угловые

$$\omega_{q2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_2(\varphi)$$

$$\omega_{q2}(\varphi_{\square}) = -0.055$$

$$\omega_{q3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \varphi_3(\varphi)$$

$$\omega_{q3}(\varphi_{\square}) = 0.136$$



## Аналоги ускорений точек и звеньев механизма

### Линейные

$$v_{qB}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qB}(\varphi) \quad v_{qB}(\varphi_1) = -0.074 \quad v_{qB}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qB}(\varphi) \quad v_{qB}(\varphi_2) = -0.127$$

$$v_{qS2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qS2}(\varphi) \quad v_{qS2}(\varphi_1) = -0.159 \quad v_{qS2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qS2}(\varphi) \quad v_{qS2}(\varphi_2) = -0.027$$

$$v_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qS3}(\varphi) \quad v_{qS3}(\varphi_1) = -0.099 \quad v_{qS3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qS3}(\varphi) \quad v_{qS3}(\varphi_2) = 0.031$$

$$v_{qC}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qC}(\varphi) \quad v_{qC}(\varphi_1) = -0.249 \quad v_{qC}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} V_{qC}(\varphi) \quad v_{qC}(\varphi_2) = 0.078$$

### Угловые

$$\varepsilon_{q2}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \omega_{q2}(\varphi) \quad \varepsilon_{q2}(\varphi_1) = 0.301$$

$$\varepsilon_{q3}(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \omega_{q3}(\varphi) \quad \varepsilon_{q3}(\varphi_1) = 0.347$$